Игра „Живот“ (Conway's Game of Life)

Играта живот представлява двумерен клетъчен автомат с периодични гранични условия, в която всяка клетка еволюира съобразно правилото:

$$M_{i,j}(t+1)=\begin{cases} 0, \text{ако } S_{i,j}>3 \\ M_{i,j}(t), \text{ако } S_{i,j}=2 \\ 1, \text{ако } S_{i,j}=3 \end{cases}$$

където:
$M_{i,j}(t)$ е състоянието на клетка (i,j) на стъпка t
$S_{i,j}$ е броят на заетите съседни на (i,j) клетки
Съседни се считат всички клетки, които имат общ връх или обща стена с клетка (i,j).

Да се създаде паралелна програма, която да реализира играта живот.

Трафик

Разглеждаме следния прост модел на автомобилен трафик. Имаме едномерен набор от клетки с периодични гранични условия, като всяка клетка може да бъде заета от автомобил или да бъде празна. На всяка стъпка от симулацията ако съседната вдясно клетка е празна, то автомобилът се премества в нея. Броят на преместените за една стъпка автомобили, разделен на общия брой, наричаме скорост на потока.

Да се създаде паралелна програма, която реализира въпросната симулация, и да се изследва влиянието на концентрацията на автомобилите (броят им, отнесен към общия брой клетки в симулацията) върху скоростта на потока.

Манделброт

Разглежда се рекурентната редица от комплексни числа:

$$Z_{n+1}=Z_n^2+C$$

където C е комплексна константа. При зададена начална стойност Z_0 модулът на редицата клони или към крайно число, или към безкрайност. Казваме, че крайното число и безкрайността са атрактори на редицата. Прост критерий за това към кой от двата атрактора клони редицата е факта, че ако за дадено *n* имаме $|Z_n| > 2$, то редицата клони към безкрайност.

Фрактал на Манделброт се генерира, когато за всяка точка от комплексната равнина се приложи следната операция:

- $Z_0 = 0$, C = x + i.y, където *x* и *y* са координатите на точката в равнината
- изчисляват се последователните членове на редицата до достигане на условието $|Z_n| > 2$, при което изчисляването спира и броят на направените итерациии се използва като стойност на цвета. Изчисляването се прекратява и когато броят на итерациите достигне предварително фиксирана гранична стойност.

Да се създаде паралелна програма, генерираща фрактал на Манделброт. Известното от литературата изображение се получава при $x\in(-2,1.25)$ и $y\in(-1.25,1.25)$

Топлинно уравнение

Стационарното разпределение на температурата в произволен хомогенен обект се получава като решение на диференциалното уравнение в частни производни
$\Delta T(x,y) = k(x,y)$
където T(x,y) е скаларно температурно поле, а k(x,y) е полето на източниците на топлина.
Разглеждаме най-прост случай на квадратен хомогенен обект без източници на топлина, т.е.
$\Delta T(x,y) = 0$.
На границата на обекта се поддържа постоянна температура.

За числено решаване на задачата обекта се дискретизира в правоъгълна (или квадратна) мрежа.
Диференциалното уравнение се превръща в диференчно, след което се решава самосъгласувано.
За целта се прилага итеративно правилото:

$$T_{x,y} = T_{x,y} + c_x(T_{x+1,y} + T_{x-1,y} - 2T_{x,y}) + c_y(T_{x,y+1} + T_{x,y-1} - 2T_{x,y})$$

Константите c_x и c_y са реципрочните стойности на хоризонталната и вертикалната стъпка на мрежата. Процедурата започва с първоначално „отгатнато“ разпределение на температурното поле (възможно е и поле само от нули). Итерациите продължават докато максималната поправка към елементите на мрежата падне под определена горна граница. Процедурата се нарича Гаусова релаксация.

Да се създаде паралелна програма за изчисляване на температурното поле в квадратна решетка при зададени гранични условия.